

Linguagem e inferência indutiva em sistemas dedutivos

Maria Claudia Cabrini Grácio
UNESP, Faculdade de Filosofia e Ciências
cabrini@marilia.unesp.br

Hércules de Araujo Feitosa
UNESP, Faculdade de Ciências
haf@fc.unesp.br

Mauri Cunha do Nascimento
UNESP, Faculdade de Ciências
mauri@fc.unesp.br

Introdução

As nossas reflexões, neste texto, nos levam à relação entre linguagem e inferência. Notadamente, enfatizamos a indução ou inferência indutiva, em que um caso geral é obtido a partir de casos particulares, como exemplo de raciocínio sob incerteza, posto que não é possível, no caso geral, a dedução precisa.

Apresentamos, a seguir, de modo breve, aspectos da linguagem, a importância das linguagens artificiais e vislumbramos uma conceituação de inferência. Comentamos sobre procedimentos inferências e destacamos o problema da indução ou, como também é conhecido, problema de Hume, o qual recebe um minucioso esboço das tentativas de elucidação.

Diante da não crença na solução do problema de Hume, trabalhos recentes apontam para tentativas de tratamento da indução em ambientes formais. Comentamos sobre a alternativa não monotônica, mas passamos para a vertente das lógicas moduladas, que incluem aspectos da indução dentro de um sistema dedutivo e formal. Nesta perspectiva, é desenvolvida uma lógica para expressar a noção de "muitos", um conceito um tanto impreciso. Isto é realizado através da lógica modulada do muito, que é caracterizada pela inclusão de um quantificador generalizado na linguagem lógica de primeira ordem, para expressar essa noção de "muitos".

Finalmente, fazemos algumas considerações de como as lógicas moduladas podem auxiliar na discussão sobre a justificação da indução.

1. Linguagem e processos inferenciais

Uma linguagem é um sistema de sinais, visuais ou fonéticos, através dos quais a comunicação é estabelecida. Uma linguagem compreende um conjunto de símbolos, o *alfabeto*, e um conjunto de regras, a *gramática*, que indica como operar sobre os símbolos.

A comunicação entre humanos certamente é realizada através de linguagens, as chamadas *linguagens humanas* ou *linguagens naturais*. Contudo, existem outros tipos de linguagens, como as *linguagens dos animais* ou, ainda, as *linguagens artificiais*. Muitas destas linguagens artificiais são linguagens computacionais, as linguagens de programação, que permitem a comunicação entre o humano e a máquina.

As linguagens humanas usam padrões sonoros ou gestuais sobre seus sinais visuais ou fonéticos. Os sons podem ser convertidos, de modo razoavelmente simples, na forma escrita, porém, gestos e entonações, aspectos essenciais da comunicação, duramente podem ser convertidos na forma escrita.

Conforme indica Mortari (2001, p. 31-32):

... numa linguagem, temos um conjunto finito de elementos básicos, com os quais formamos diferentes tipos de expressões lingüísticas, como palavras e sentenças. No caso de uma língua, como o Português, os elementos básicos correspondem aos *morfemas*: estas são as menores unidades dotadas de significado. Combinações de morfemas, de acordo com certas regras (a *morfologia*), nos permitem formar palavras, e combinações de palavras, de acordo com certas outras regras (a *gramática*), nos permitem formar frases e sentenças. Com as sentenças, claro, você pode construir estruturas mais complexas, como argumentos, discursos, diálogos, artigos de jornal, etc. – sem esquecer as declarações de amor.

As linguagens podem ser estudadas a partir de três distintos e independentes níveis, por vezes, chamados de *dimensões da linguagem*.

A dimensão sintática consiste na análise única dos símbolos e combinações de símbolos através das regras apropriadas para cada linguagem. Por deter-se na manipulação de símbolos é entendida como uma dimensão essencialmente formal, em que apenas a forma tem importância.

A dimensão semântica envolve preponderantemente os significados que são atribuídos aos símbolos e às combinações de símbolos. Estes significados estão fora do contexto da linguagem.

A dimensão pragmática considera o uso lingüístico feito pelos falantes de uma dada linguagem.

Como exemplo, imaginemos a construção de um poema. O poeta ao fazer o seu trabalho, num dado instante, utiliza-se de palavras (frases) as quais devem portar características como: tamanho, quantidade, sonoridade, disposição, aspectos essencialmente simbólicos, sintáticos. Mas, almeja fazer uma declaração plena de significados, tem em mente um significado para o poema, a semântica. Contudo, um leitor (interlocutor), ao ler ou ouvir o poema pode ser remetido a sentimentos muito distintos daqueles imaginado pelo autor, a pragmática. Observem que algumas músicas são muito prazerosas para uns, enquanto para outros é verdadeira agressão.

As linguagens naturais, essenciais e plenas de potencialidades, são usualmente dúbias, imprecisas, prolixas, o que pode não ser conveniente quando é buscada clareza, exatidão, uniformidade. Surge assim a necessidade, para algumas manifestações, da construção de linguagens artificiais.

Leibniz foi precursor ao propor o desenvolvimento da linguagem em parceria com a matemática. Ele influenciou seus contemporâneos e sucessores com seu programa ambicioso para a lógica, que para ele tinha deixado de ser uma “diversão de pesquisadores” e começara a tomar a forma de uma “matemática universal” (D’Ottaviano, Feitosa, 2003).

Seu programa tinha como objetivo a construção de uma linguagem universal, baseada em um alfabeto do pensamento.

Leibniz, em seu *Dissertatio de arte combinatoria*, publicado em 1666, introduziu o projeto da construção de um sistema exato e universal de notação, uma linguagem simbólica universal baseada em um alfabeto do pensamento, a *língua characterica universalis*, que deveria ser como uma álgebra. Essa linguagem propiciaria um conhecimento *fundamental de todas as coisas*. Leibniz acrescentou a seu trabalho o projeto da construção de um *calculus ratiocinator*, ou cálculo da

razão. O *calculus ratiocinatur* constituiu um importante precursor da metodologia da lógica contemporânea. Entretanto, as contribuições de Leibniz permaneceram, na maioria, não publicadas durante sua vida, tendo ficado desconhecidas até o princípio do século XX.

Entre os precursores da lógica contemporânea estão: Boole e De Morgan em álgebra da lógica; Peirce, precursor da pesquisa moderna, que introduziu a definição de ordem simples, o primeiro tratamento do cálculo proposicional como um cálculo com dois valores de verdade e a definição de igualdade.

A primeira linguagem artificial foi criada para contornar deficiências das linguagens naturais na formalização de sistemas lógico-matemáticos.

Apesar do trabalho precursor de Leibniz, Boole, de Morgan e Peirce, o fundador da lógica moderna foi Gottlob Frege. Os passos essenciais para a introdução do método logístico foram dados em 1879, no *Begriffsschrift* (Frege, 1967). O livro contém, pela primeira vez, o cálculo proposicional em sua forma logística moderna, a noção de função proposicional e o uso de quantificadores e a análise lógica de demonstração por indução matemática, todo construído sobre rigorosa linguagem artificial.

Frege introduziu, pela primeira vez, a distinção entre linguagem e metalinguagem. Esta linguagem de fundamentação gramatical rigorosa, destinada a evitar os problemas das linguagens naturais já mencionados, é bastante rígida e não sofre alterações no tempo. Assim, pode fornecer aspectos de objetividade e clareza pretendidos.

Particularmente interessa para a lógica o procedimento de inferência e, devemos reconhecer, a inferência dedutiva. Contudo, vejamos do que trata a inferência, pois este trabalho destaca a inferência indutiva.

Segundo o dicionário Aurélio, o conceito de inferência é o seguinte:

Inferência: (1) Ato ou efeito de inferir; indução, conclusão. (2) Admissão da verdade de uma proposição, que não é conhecida diretamente, em virtude da ligação dela com outras proposições admitidas como verdadeiras. [São casos especiais de inferência o raciocínio, a dedução, a indução] (Ferreira, 1986).

Consideraremos “inferência” em sentido um pouco mais geral que o do dicionário, como o ato de se obter uma conclusão a partir de uma coleção, possivelmente vazia, de dados (premissas, fatos, observações, hipóteses, evidências, ...).

Como é usual na literatura, inclusive na indicação do dicionário, constam como tipos de inferência a dedutiva e a indutiva. Porém, ainda no dicionário, está a menção de que o “raciocínio” é um tipo de inferência.

Raciocínio é um aspecto do pensamento e aquele em que a lógica pode trazer contribuições mais profundas.

2. Inferências dedutivas e indutivas

David Hume sugeriu uma divisão das formas de raciocínio em duas espécies: uma sobre sentenças que sejam demonstrativamente corretas e outra concernente a sentenças sustentadas por evidências (Hume, 1972, p. 146).

A primeira classificação que trata do *raciocínio dedutivo* e suas inferências e/ou conseqüências são as *deduções*. A segunda, que trata do *raciocínio indutivo* e suas inferências são as *induições*.

A dedução é o tipo de raciocínio próprio da lógica, com motivação na mate-

mática, que permite a conclusão de fatos a partir de uma coleção de premissas, pelo uso de regras dedutivas (regras de inferência). Este é conhecido como procedimento determinístico, pois, se as premissas são apropriadas e as regras são bem usadas, então a conclusão é necessária. Podem existir outras conclusões ainda não obtidas, porém, cada fato novo é consequência incontestável dos dados anteriores.

Com um bom conjunto de regras de dedução, podemos obter fatos mesmo de um conjunto vazio de informações.

A lógica, ciência que nasceu na Antiguidade, desde seu nascer foi imaginada como a ciência da razão, aquela que nos recomendaria as 'leis fundamentais do pensamento'. Podemos dizer que a lógica, com os seus múltiplos e variados recursos, estabeleceu ambiente propício para a *inferência dedutiva*, aquela própria da matemática, que assegura que quando as premissas, que são os dados fornecidos para um problema, são seguras (confiáveis, verdadeiras, ...), então a conclusão tem que ser segura. Temos aqui os procedimentos determinísticos.

Por longo tempo, imaginou-se existir uma única coleção apropriada de regras para o bem pensar, as leis fundamentais do pensamento, que caracterizariam o que modernamente chamamos de lógica clássica. O século XX, desde os primeiros anos, derrubou tal concepção e trouxe muitas lógicas não-clássicas, que ainda permitem o raciocínio dedutivo, determinístico, porém de modo distinto das pretendidas leis gerais do pensamento em um ou mais aspectos (ver D'Ottaviano, Feitosa, 2003).

Por outro lado, estão as induções - sentenças derivadas das experiências, que estão sujeitas a equívocos, falhas e, portanto, não são absolutamente certas. Referir-nos-emos à indução, também, como um tipo de raciocínio sob incerteza.

A indução é o tipo de raciocínio que a partir de informações sobre uma parte de um universo, pode generalizar características de todo o universo. O raciocínio indutivo é preconizado por importantes filósofos, dentre os quais devemos destacar Hume (Grácio, 1999).

Na indução, a veracidade das premissas não garante a necessidade da conclusão, mas apenas que ela provavelmente deva ocorrer (algumas vezes pode não ocorrer); daí existir sempre um erro associado à conclusão.

A partir do período moderno, pensadores ilustres reconhecem que a lógica, com os seus métodos dedutivos, não podia dar conta de todos os procedimentos inferenciais. Resultados empíricos precisariam de outras justificações. A indução e os processos dedutivos passaram a exigir mais e mais atenção. A *inferência indutiva*, aquela que permite concluir a partir de alguns casos, que vai da parte para o todo, tem hoje ambientes científicos adequados para a sua reflexão e manipulação. A estatística é a área científica oportuna para muitas dessas análises.

O raciocínio indutivo é usualmente aplicado nas ciências não determinísticas, em que os fatos científicos têm apenas grande chance de ocorrer. Assim, está presente em quase todas as áreas do conhecimento distintas da lógica e da matemática.

Um terceiro tipo de inferência que pode ser considerado, bastante mencionado na tradição Pierciana, é a abdução. Segundo Pierce, a abdução é o tipo de inferência que permite a geração de uma nova teoria (ampliação ou novidade), que permite a explicação de situações incompreendidas ou paradoxais. É o tipo de raciocínio que vislumbra justificar o novo, a criação e, talvez, a criatividade.

Pierce percebeu que as inferências dedutivas e indutivas ainda eram acanhadas para contemplar o enorme espectro inferencial. Notadamente, destacou

situações em que uma nova explicação, original, seria dada para alguma situação. Neste caso, a mente exerce uma operação inusitada e cria uma explicação nova e satisfatória, sem efetuar uma demonstração (método dedutivo), nem uma ação indutiva. A tal tipo de inferência Pierce chamou *abdução* ou *inferência abdutiva*.

Não nos dedicaremos ao raciocínio dedutivo e ao abductivo neste ensaio, mas dedicaremos nossas reflexões a alguns aspectos da indução, que podem ser pensados a partir de um contexto lógico formal e, portanto, dedutivo. Concentraremos nossa análise nos quantificadores generalizados, distintos e não definíveis a partir dos tradicionais quantificadores universal e existencial, como nas seguintes sentenças:

- (i) “A maioria das pessoas obesas possui colesterol alto”;
- (ii) “Quase todos os pássaros voam”;
- (iii) “Muitas pessoas gostam de flores”;
- (iv) “Uma boa parte das pessoas trabalha”.

Estas sentenças refletem um tipo de raciocínio não contemplado na lógica clássica, uma vez que apresentam um tipo de comportamento genérico dos indivíduos considerados.

Contudo, têm a característica de partir da avaliação de certa quantidade de casos e, então, estender a avaliação para o todo de um grupo de indivíduos e, neste contexto, trata-se de uma indução, segundo Hume.

Trataremos destes casos a partir de lógicas estendidas por quantificadores que procuram a interpretação em algumas estruturas matemáticas específicas, para cada distinto quantificador.

Não temos a pretensão de dissolver o problema da indução, conforme será apresentado na seqüência, mas de colaborar com a discussão da questão e oferecer um ambiente de maior precisão para tratar destes tipos de indução.

3. Sobre a indução

Os primeiros estudos sobre indução foram realizados por Aristóteles, em seus tratados sobre o raciocínio formal. Nos textos de Aristóteles, a palavra “indução” é a tradução do termo técnico “*επαγωγή*” usado para o estabelecimento de proposições universais mediante a observação de casos particulares.

Aristóteles apresentou dois tipos de indução: a indução sumaria por enumeração completa e a indução intuitiva.

A indução sumaria por enumeração completa, apresentada no século IV a. C., em *Primeiros analíticos*, procede por enumeração de todos os casos particulares que caem sob uma generalização. Como exemplo, temos “Brown está calçando sapatos, Jones está calçando sapatos e Smith está calçando sapatos; Brown, Jones e Smith são todos os homens na sala; logo todos os homens na sala estão calçando sapatos” (Kneale, 1952, p. 26).

Este tipo de indução caracteriza-se como um tipo de regra de dedução e descreve o método pelo qual estabelecemos proposições de universalidade restrita, uma vez que “a indução se realiza levando em conta a totalidade dos casos particulares” (Aristóteles, 1967a, 68b).

A indução intuitiva, de *Segundos analíticos*, também do século IV a. C., estabelece proposições de universalidade irrestrita, através de princípios de compatibilidade e incompatibilidade. Por exemplo, “tudo que é colorido dever ter extensão” (Kneale, 1952, p. 31). Este é apenas outro modo de dizer que ser colorido e não ter extensão são aspectos incompatíveis.

Neste contexto, a indução pode, então, ser considerada como o método pelo qual obtemos sentenças universais na metafísica, uma vez que, segundo Aristóteles, “a intuição é sempre verdadeira ... [e] é a intuição que apreende as premissas primárias” (Aristóteles, 1967b, 100b).

Tradicionalmente, a palavra “indução” é usada para descrever inferência que “conduz de enunciados singulares, por vezes, denominados também enunciados ‘particulares’, tais como as descrições dos resultados de observações ou experimentos, para enunciados universais” (Popper, 1975b, p. 27).

Nesse sentido, o significado da palavra indução¹ pode ser apresentado pelo verbete presente em Edwards (1967), segundo o qual a palavra indução é usada para cobrir os argumentos não demonstrativos, nos quais a verdade das premissas, embora não acarrete a verdade da conclusão, representa uma boa razão para acreditarmos na conclusão.

O tratamento da validade ou justificativa racional das inferências indutivas surge, de forma indireta, nos textos de Hume sobre a teoria do conhecimento, mais especificamente do conhecimento incerto, sobre o qual se baseiam as ciências naturais.

3.1 Problemas com a justificação da indução

Francis Bacon [1561-1626] foi o primeiro filósofo a propor uma adequada teoria da indução para fundar os procedimentos das ciências naturais. Contudo, suas propostas não solucionaram o “problema da indução”, conhecido também por “problema de Hume”.

A palavra indução não apareceu nos textos de David Hume, que nomeou de raciocínio moral a indagação sobre a validade ou justificativa racional das inferências indutivas, usuais nas ciências naturais. Esta expressão surge de forma indireta em suas obras sobre a teoria do conhecimento.

Na obra *Investigação acerca do entendimento humano*, publicada originalmente em 1748, Hume parte do princípio de que todas as percepções da mente podem ser classificadas em dois tipos: impressões e idéias, sendo que todas as nossas idéias ou percepções mais fracas são consideradas cópias de nossas impressões ou percepções mais vivas (Hume, 1972).

Hume também afirma que todos os objetos da investigação humana podem ser divididos em duas espécies: relações de idéias e questões de fato. À primeira espécie pertencem todas as afirmações que sejam intuitivamente ou demonstrativamente certas. As leis da natureza são raciocínios sobre questões de fato e estes, por sua vez, fundam-se na relação de causa e efeito, cujo conhecimento “não se obtém, em nenhum caso, por raciocínios *a priori*, porém nasce inteiramente da experiência quando vemos que quaisquer objetos particulares estão constantemente conjugados entre si” (Hume, 1972, p. 31).

Em sua explanação teórica de inferência causal, Hume tomou como modelo central um novo princípio para o qual ele deu o nome de *costume* ou *hábito*. Para Hume, costume ou hábito também é um princípio de racionalidade que toma o papel tradicional da razão em sua filosofia (Monteiro, 1999).

¹ Não estamos tratando aqui da noção de Indução Matemática, que constitui uma forma dedutiva de inferência, uma vez que é rigorosamente demonstrativa. Desse modo, a exclusão da indução matemática justifica-se, primordialmente, no fato de o objeto da matemática não ser propriamente empírico.

Segundo ele, a “transição do pensamento da causa ao efeito não se baseia na razão. Sua origem deriva completamente do hábito e da experiência”² (Hume, 1972, p. 54) e essa transição costumeira seria “o sentimento ou impressão que origina a idéia de poder ou de conexão necessária” (Hume, 1972, p. 72).

Hume afirma ao haver justificativa racional³ para a indução e que a repetição de exemplos, por maior que seja o número e por mais uniforme que tenham sido as operações da natureza, não tem qualquer força racional para justificar que o futuro continuará do mesmo modo. Assim, “todas as inferências tiradas da experiência são efeitos do costume e não do raciocínio”⁴ (Hume, 1972, p. 47).

As leis da natureza baseiam-se na relação de causa e efeito e após a conjunção de dois casos apenas o costume nos leva a esperar, após um deles, o aparecimento do outro.

Embora a teoria de Hume seja uma tentativa de explicar estritamente as inferências causais, ao não considerar as inferências indutivas em geral, “quando Hume descobriu que as inferências causais não podem ser derivadas da razão, também desvelou o problema escondido que a indução em geral não pode ser derivada da razão” (Monteiro, 2001, p. 4).

Isto se deve ao fato de podermos considerar as inferências causais como estando contidas no conjunto de todas as inferências indutivas (Monteiro, 2001).

Entretanto, conforme argumenta Monteiro (1999, p. 167), “a derrubada Humeana da razão clássica não é um passo em direção ao irracionalismo, mas simplesmente a identificação dos limites dessa faculdade e de seu lugar próprio no esquema geral da cognição humana”.

Diversas respostas têm sido, desde então, dadas ao problema de Hume. A seguir, tecemos algumas reflexões sobre as soluções propostas ao problema da indução, lembrando, todavia, que todas são inconcludentes.

3.2 Olhares sobre o problema da indução

Em (Edwards, 1967), no verbete indução, encontramos uma classificação para as respostas dadas ao problema de Hume. As respostas oferecidas podem ser agrupadas em quatro categorias: (1) “**Rejeição da indução**”; (2) “**Reconstrução da indução**”, por meio da adição de premissas ou pela alteração das conclusões para proposições probabilísticas; (3) “**Defesa pragmática**”, alegando-se que embora os argumentos indutivos não possam ser justificados dentro dos padrões da lógica clássica, também representam uma forma apropriada de raciocínio; (4) “**Justificação como pseudoproblema**”, em que se alega que o problema de Hume é gerado por confusão lingüística e conceitual.

Estas quatro classificações não são mutuamente exclusivas e encerram as respostas mais difundidas e discutidas para o problema da indução.

Apresentamos alguns detalhes adicionais.

3.2.1 Rejeição da indução

Entre os autores contemporâneos que defendem a rejeição da indução como forma racional de gerar conhecimento científico, o mais influente é Karl Popper.

² Para Hume, “razão” é o nome dado ao princípio que governa somente o tipo de raciocínio dedutivo.

³ Lembremos que, aqui, racional refere-se à faculdade da razão, para ele, o princípio que governa o raciocínio dedutivo.

⁴ Raciocínio, aqui, subentende-se raciocínio dedutivo.

Em 1934, Popper defendeu que a indução por repetição não existe, ou seja, “inferências que levam a teorias, partindo-se de enunciados singulares ‘verificados por experiência’ são logicamente inadmissíveis” (Popper, 1975b, p. 41).

Sob o argumento de que “o que parece indução é raciocínio hipotético, bem testado e bem corroborado e de acordo com a razão e o senso comum” (Popper, 1975a, p. 100), desenvolveu, em contrapartida, uma teoria, amplamente conhecida por *método hipotético-dedutivo*. Nessa teoria usa a expressão “senso comum” para denotar a opinião de muitas pessoas, às vezes adequada ou verdadeira e às vezes inadequada ou falsa.

Por sua tese, o ponto de partida é o senso comum e o grande instrumento para progredir é a crítica. Desse modo, embora para Popper a ciência, a filosofia e o pensamento racional devam partir do senso comum, o modo como o homem concebe uma idéia nova ou uma teoria não interessa à análise lógica do conhecimento científico, uma vez que “não existe um método lógico de conceber idéias novas ou de reconstruir logicamente esse processo” (Popper, 1975b, p. 32).

Segundo Popper, devemos encarar todas as leis ou teorias como hipóteses ou conjecturas. Como a palavra “hipótese” é usada no sentido de uma proposição que apenas se conjectura ser verdadeira, uma vez que todas as teorias são hipóteses, todas elas podem ser derrubadas.

Com base nas idéias novas, formuladas conjecturalmente e ainda não justificadas de algum modo, podemos tirar conclusões por meio da dedução lógica. Essas conclusões são em seguida comparadas entre si, com o que se põe à prova a coerência interna do sistema e, então, com outras teorias, com o objetivo, sobretudo de determinar se a teoria representará um avanço de ordem científica. Finalmente, fazemos a comprovação da teoria por meio de aplicações empíricas das conclusões que dela se possam deduzir.

O critério adotado por Popper para a busca de teorias empíricas verdadeiras⁵ é a comprovação pela experiência por meio do *método de falsificação*. Ele não exige que

um sistema científico seja suscetível de ser dado como válido, de uma vez por todas, em sentido positivo, [exige] porém, que sua forma lógica seja tal que se torne possível validá-lo por meio de recurso a provas empíricas, em sentido negativo: deve ser possível refutar, pela experiência, um sistema científico empírico. (Popper, 1975b, p. 42)

Podemos assim, determinar no máximo a falsidade das teorias empíricas; em nenhum caso o método pode estabelecer a verdade de uma teoria. Aceitamos, provisoriamente, uma teoria enquanto ela não for refutada; entretanto qualquer teoria não refutada pode ainda ser falsa.

3.2.2 Reconstrução da indução

Embora nessa linha de resposta existam vários trabalhos que se propõem a solucionar o problema da indução, restringimos nossa atenção às propostas John Stuart Mill e seguidores, que procuram justificar a indução por princípios indutivos supremos e de Rudolf Carnap e seguidores, que recorrem a probabilidade para a justificação.

⁵ Para Popper (1975b), uma teoria empírica verdadeira deve ser sintética, satisfazer seu critério de demarcação, i.e., dever representar um mundo de experiência possível (ser não metafísico) e deve ser diferente, sob algum aspecto, de outros sistemas semelhantes.

3.2.2.1 Busca por princípios supremos

Sob esta abordagem, o enfoque é: desde que as induções de um certo tipo produzem conclusões sistematicamente verdadeiras, então deve existir uma regularidade global no universo suscetível de explicitação na forma de um princípio supremo ou de um postulado da indução.

Em *A system of logic*, desenvolvido em 1843, Mill, assim como Hume, defende que um princípio supremo da indução é fornecido pelo Princípio de Causalidade Universal, a saber, “todo evento, ou o começo de todo fenômeno, tem uma causa, um antecedente, sobre a existência do qual ele é invariavelmente e incondicionalmente conseqüente” (Mill, 1967, p. 562).

O método que Mill propõe para a descoberta da causa de um evento é uma adaptação da indução por eliminação de Francis Bacon. Ele oferece alguns métodos, cada um concebido como um argumento positivo ou mesmo como uma demonstração da conexão sobre a causa de um fenômeno.

- O método da concordância (correspondente ao teste de co-presença de Bacon) fornece as condições necessárias de um fenômeno.
- O método das diferenças (correspondente ao teste de co-ausência de Bacon) leva às condições suficientes de um fenômeno.
- O método das variações concomitantes (correspondente ao teste de co-variação) leva às condições necessárias e suficientes.

Mill defende que a suposição subjacente em todo o desenvolvimento de seu método, que existe alguma causa para o fenômeno, é derivada do Princípio de Causalidade Universal.

Sob o questionamento de como podemos garantir a verdade deste princípio, Mill não admite qualquer demonstração *a priori* do princípio, mas que ele é por si mesmo estabelecido por indução. Adicionalmente, ele considera que a indução usada no estabelecimento do Princípio de Causalidade não é a mesma indução que o princípio pressupõe, não existindo, deste modo, um círculo vicioso no método.

3.2.2.2 Recorrência à probabilidade

Carnap (1950) desenvolveu um sistema em que recorre a noções de probabilidade para justificar a indução. Em seu sistema lógico, a reconstrução da indução se dá por meio da alteração das conclusões para proposições probabilísticas e a validade das conclusões deve seguir demonstrativamente das premissas, tanto para proposições dedutivas como para as indutivas, mesmo não atribuindo certeza absoluta para as últimas.

Ele propõe a construção de uma lógica indutiva baseada no conceito de confirmação, isto é, em um conceito que esteja “conectado com os procedimentos científicos de confirmação ou rejeição de hipóteses com a ajuda de observações” (Carnap, 1950, p. 19).

Para isso, procura definir um conceito de confirmação de uma hipótese H, confirmada por uma evidência observacional E, que seja puramente lógico e, especificamente, expresse relações lógicas entre proposições.

Segundo Carnap (1950), a tarefa de determinar como (e para que grau) a hipótese H é confirmada pela evidência observacional E pode ser abordada em três níveis diferentes do conceito: (i) conceito classificatório de confirmação (a hipótese H é confirmada pela evidência E), (ii) conceito comparativo de confirmação (H é

tão altamente confirmada por E quanto H' por E') e (iii) o conceito quantitativo de confirmação ou conceito de grau de confirmação (H é confirmada por E pelo grau r).

O ideal, segundo o autor, é conseguirmos montar um sistema indutivo baseado no conceito quantitativo de confirmação. Entretanto, não sendo possível definirmos uma função que capture a noção quantitativa de confirmação, devemos tentar baseá-lo no conceito comparativo e, em último caso, no conceito classificatório de confirmação.

A lógica indutiva desenvolvida por Carnap é construída sobre o conceito de grau de confirmação. Ele usa o símbolo “c” para denotar o grau de confirmação e anota $c(H, E) = q$ como “o grau de confirmação de H com respeito a E é q”, onde H e E são sentenças e q é um número real do intervalo 0 – 1” (Carnap, 1950, p. 23).

O conceito de grau de confirmação está associado ao conceito de probabilidade, definida como uma certa relação lógica objetiva entre duas proposições (hipótese e evidência). Quando dizemos que a probabilidade de H sobre E é alta, significa que E dá forte suporte para a suposição H, ou que H é altamente confirmada por E. Carnap usa o conceito frequencial comum.

Carnap concebe, então, a lógica indutiva como a teoria do conceito de probabilidade enquanto “grau de confirmação de uma hipótese H com respeito a uma proposição de evidência E, por exemplo, uma informação observacional” (Carnap, 1950, p. 19).

A lógica indutiva de Carnap é construída tomando-se por base a lógica dedutiva, mediante a introdução de uma definição de “c”. Desse modo, os teoremas da lógica indutiva não tratam somente da função c, mas também das sentenças obtidas pelas regras de dedução. A definição de c constitui as regras de indução.

Informalmente, o grau de confirmação dado por uma proposição E para uma proposição H, $c(H, E)$, é definido como a razão entre a frequência da ocorrência do atributo definido por H sob E e a frequência de E.

Comparativamente, Carnap diz que a evidência E e a hipótese H de um argumento indutivo fazem os papéis de premissas e conclusão, respectivamente, dos argumentos dedutivos.

Carnap destaca que a verdade e o conhecimento da evidência E, embora sejam relevantes para as aplicações da regra indutiva, “são irrelevantes para a validade das proposições em lógica indutiva, como para aquelas em lógica dedutiva” (Carnap, 1950, p. 192).

A proposta apresentada por Carnap (1950) constitui, também, uma contribuição para a questão da representação das inferências indutivas, abordada na Seção 4.

3.2.3 Defesa pragmática

O princípio defendido por autores que apresentam soluções para o problema da indução sob este tipo de abordagem é a reflexão que, na vida cotidiana surgem situações nas quais, na falta de argumentos válidos, ou seja, do conhecimento das conclusões verdadeiras, as tomadas de decisões podem ser justificadas no efeito prático do conhecimento formulado no argumento, a serviço da ação. Por exemplo,

Um homem pode estar sofrendo de uma doença grave; o médico nos diz: “Eu não sei se uma operação salvará o homem, mas se existe algum remédio, ele é uma operação”. Em tal caso, a operação será justificada. Claro, seria melhor sabermos que a operação salvará o ho-

mem; mas, se nós não sabemos isto, o conhecimento formulado na proposição do médico é uma justificação suficiente (Reichenbach, 1938, p. 349).

Entre as soluções desse tipo⁶ está a oferecida por Reichenbach (1938). Segundo ele, “o objetivo da indução é encontrar séries de eventos cuja frequência de ocorrência converge para um limite” (Reichenbach, 1938, p. 350).

Sob este ponto de vista, sustenta que o único modo possível de se defender racionalmente uma conclusão de um argumento indutivo é usando o conceito de probabilidade concebido como um limite de frequências relativas da ocorrência do atributo em uma seqüência infinitamente longa de eventos.

Reichenbach reconhece não termos garantia de que possamos sempre encontrar limites de frequências relativas em seqüências de eventos, pois o mundo pode ser tão desregrado que nos seja impossível construir séries com um limite e denomina *preeditível* do mundo “que é suficientemente regular para nos possibilitar construir séries com um limite” (Reichenbach, 1938, p. 351). Ainda, devemos admitir não sabermos se o mundo é preeditível.

Reichenbach defendeu o uso de frequência relativa averiguada experimentalmente com uma justificação pragmática. Uma seqüência de eventos sob investigação é suficientemente regular para tornar possível a indução e o uso de frequência relativa é compelido a produzir o resultado definitivamente desejado, ao passo que, quando a seqüência é irregular o suficiente para derrotar a política indutiva por ele adotada, nenhuma outra política fornecerá solução satisfatória.

3.2.4 Justificação como pseudo-problema

Alguns autores argumentam que a justificação racional para uma resposta positiva ao problema da indução, como tradicionalmente formulado, é uma tarefa impossível de se cumprir (Edwards, 1949). Segundo esses autores, uma vez que a indução é por definição uma operação não dedutiva, no sentido clássico, exigir que ela satisfaça condições de correção apropriadas para a dedução clássica é transferir os critérios de avaliação de um domínio para outro, em que eles são inadequados. Assim, a tarefa da justificação racional da indução encontra-se sem esperanças e torna, de fato, a indução não racional.

Palavras como “razoável” e “boas razões” são usadas na defesa desta corrente, contra as abordagens tradicionais para o problema da indução. Aqui está a defesa de que o uso correto desses termos por humanos adultos normais provém de uma instituição indutiva, formada por critérios implícitos num sistema complexo de aprendizagem, com base na experiência. Segundo Edwards, como outras instituições, esta “tem uma estrutura relativamente fixa, embora não imutável, transmitida de uma geração para outra e cristalizadas na forma de proibições e licenças, máximas de conduta e preceitos informais de performance” (Edwards, 1967, p.

⁶ Outra proposta que se enquadra nesta categoria de resposta ao problema da indução é aquela desenvolvida por Charles S. Peirce em sua obra *Ampliative reasoning*. Peirce (1976, v. 2, p. 375) define indução como a forma de raciocínio realizada quando “generalizamos de um número de casos dos quais alguma coisa é verdadeira, e inferimos que a mesma coisa é verdadeira para uma classe inteira”, i.e. “estamos raciocinando de particulares para a lei geral” (PEIRCE, 1976, v. 2, p. 381). Peirce distingue em seu trabalho três formas diferentes de indução: indução rudimentar, indução qualitativa e indução quantitativa ou estatística. A indução estatística, concebida como um processo de testar hipóteses estatísticas mediante o exame de amostras aleatórias, aparentemente predominou em seu trabalho, desde o primeiro texto.

178).

As regras que constituem a instituição indutiva são, segundo esta concepção, altamente abstratas, esquemáticas e limitadas em sua utilidade prática, uma vez que estipulam importantes condições gerais que não podem ser violadas sem gerar algum tipo de insensatez.

As normas são como cristalizações das regras lingüísticas que oferecem maneiras gerais de responder ao universo, fundadas pelos nossos antecedentes na garantia da sobrevivência. Entretanto, experiências anteriores da raça nunca têm autoridade absoluta.

Edwards (1967) afirma que seu ponto de vista sobre a indução é próximo ao de Hume, como um hábito ou um costume. A diferença está no fato da instituição indutiva ser parcialmente constituída por regras indutivas normativas que filósofos, assim como os demais humanos, acham-se comprometidos a seguir.

3.3 Reflexões sobre as propostas

Todas as abordagens destinadas a solucionar o problema da indução recebem críticas que indicam a não existência de uma teoria de indução plenamente satisfatória.

Entendemos ao propor alguma solução para a justificação da indução, os autores “ofuscam” o problema, dando soluções que “saltam” o problema ou que oferecem um “salto” no grau de veracidade da proposição, atribuindo-lhe certeza com base em um número grande de evidências ou que tomam um caminho pragmático, baseando sua solução no argumento “nada temos a perder”.

Popper, por exemplo, em sua teoria “ignora” o problema da indução. Ele “salta” o problema ao dizer que não existe modo racional de estabelecermos idéias novas; a experiência só pode evidenciar hipóteses, porém nunca justificar sua validade.

Entretanto,

se todas as explicações consonantes com os fatos conhecidos fossem tratadas como igualmente não justificadas pela evidência, o problema de Hume certamente seria colocado de lado, mas somente ao custo de ignorar o que o provocou – nominalmente a aparente existência de argumentos não demonstrativos racionalmente aceitáveis (Edwards, 1967, p. 173).

Do mesmo modo, a abordagem pragmática de Reichenbach parece desviar-se do problema de Hume ao não oferecer uma justificativa racional para a questão, mas ao defender o uso de frequências relativas como a melhor escolha no momento, com base em evidências.

Mill mantém presente o problema do círculo vicioso associado ao princípio da indução, apontado primeiramente por Hume. O Princípio Supremo da Indução (de Causalidade) é tido como verdadeiro por indução e “de acordo com sua própria teoria, usamos o princípio de causação universal como uma premissa nos argumentos utilizados no estabelecimento das proposições com base em que o princípio é suposto ser derivado por indução” (Kneale, 1952, p. 59).

A concepção de proposições de confirmação como proposições analíticas, dada em Carnap (1950), consegue se desvencilhar do círculo vicioso gerado por uma posição contrária, assumida pelo princípio da uniformidade da natureza. Esta posição gera, entretanto, o problema mais sério que cerca a lógica indutiva de Car-

nap, a saber: “Se alguém adotasse uma definição diferente de confirmação e fosse levado a uma crença contrária, então como poderia ser mostrado a ele que está errado?” (Edwards, 1967, p. 175).

Carnap argumenta que a escolha da noção de confirmação deve ser baseada em algum princípio de máxima utilidade. Todavia, dado que noções de probabilidade são sintéticas e estas entram nos cálculos de probabilidade e utilidade esperada, um círculo vicioso também se faz presente aqui.

A concepção de Peirce tem uma primeira fraqueza na suposição de que as amostras usadas são aleatórias, uma vez que “normalmente não existem modos de garantirmos com antecedência a presença de tal suposição” (Edwards, 1967, p. 177). Outra fraqueza é a necessidade assumida de seqüências de experiências infinitamente longas, o que contraria qualquer processo de verificação empírica.

Edwards, que vê o problema da indução como um pseudo-problema, mostra teorias sob tal enfoque também são insatisfatórias, uma vez que precisam “demonstrar em detalhes convincentes as origens e o caráter das confusões renhidas que têm infestado o assunto” (Edwards, 1967, p. 179).

Cada análise é destinada a alguma diferente “forma” de indução, embora não sejam necessariamente exclusivas. Alguns vinculam a indução à noção de probabilidade (como frequência relativa ou inferência estatística ou grau de confirmação), outros à noção de costume ou hábito, outros ainda à noção de hipótese ou suposição. A abordagem parece estar preocupada em explicar uma forma diferente de raciocínio indutivo e estar dirigida a uma finalidade específica; por exemplo, inferências realizadas no dia a dia e justificação das leis das Ciências Naturais.

4. Novos desafios para a indução

Em 1980, a revista *Artificial Intelligence* dedicou uma edição inteira para trabalhos destinados à formalizar de raciocínios sob incerteza, em particular, aspectos da indução. Alguns investigadores reivindicam que qualquer sistema lógico que tente formalizar algum raciocínio com informação incompleta deve ser não monotônico, uma vez que atuando na ausência de informação completa deve fazer suposições e subseqüentemente revisá-las quando necessário. Para mais detalhes sobre sistemas não monotônicos, ver o trabalho de Reiter (1980).

Reiter chamou seu sistema lógico, em que algumas proposições obtidas não apresentam absoluta certeza de Lógica Default. Em sistemas similares, as inferências correspondem ao processo de derivar conclusões baseadas em padrões (defaults), isto é, em argumentos da forma “na ausência de qualquer informação contrária, assumo que...”.

Esse tipo de raciocínio representa uma forma de inferência indutiva, tipicamente requerida quando conclusões devem ser tiradas, apesar da ausência de conhecimento completo do mundo. Assemelha-se a análise pragmática do problema da indução, que embora seja uma vertente de análise da indução, pode ser naturalmente distinta de outras abordagens.

Reiter argumenta que a necessidade de fazermos deduções sob padrões é freqüentemente encontrada em raciocínios sobre mundos descritos de modo incompleto. Ele sugere a proposição “A maioria dos pássaros voa, com exceção dos pingüins, avestruzes, falcões malteses, etc.” como motivação para o desenvolvimento de sua teoria, argumentando ser necessária uma ferramenta que permita, na ausência de qualquer informação contrária, concluirmos que o pássaro “Piu-Piu” voa.

O problema se caracteriza pela interpretação da frase “na ausência de qualquer informação contrária” que, segundo o autor, pode ser interpretada como “é consistente assumir que” através da seguinte regra formal de dedução (Regra *Default*):

$$\frac{\text{Pássaro}(x) : \text{Mvoa}(x)}{\text{Voa}(x)}$$

na qual lê-se M como “é consistente assumir que”.

Informalmente, a Regra *Default* afirma que, quando c é uma constante qualquer, se c é um pássaro e é consistente assumir que pássaro voa, então deduzimos que c voa. Por exemplo, se Piu-Piu é um pássaro, e é consistente assumir que pássaro voa, então deduzimos que Piu-Piu voa.

O autor afirma que esta regra providencia uma representação para o quantificador “maioria”, ou “quase todos” e que sua função preenche algumas lacunas na base de conhecimento, isto é, completa o quanto possível a teoria de primeira ordem subjacente. Segundo Reiter, as Regras *Default* funcionam “como meta-regras; elas são instruções sobre como criarmos uma extensão de uma teoria de primeira ordem incompleta” (Reiter, 1980, p. 87).

A seguir, com motivação no exemplo acima, Reiter generalizou e desenvolveu uma teoria do *Default* ao adicionar Regras *Default* à lógica de primeira ordem.

Alguns pensadores brasileiros sugeriram que podemos pensar em quantificadores para “geralmente” ou “quase sempre” em um contexto formal dedutivo e monotônico.

Veremos, a seguir, a motivação inicial e o vínculo de lógicas estendidas por quantificadores com a indução.

5. Lógicas moduladas: a inferência indutiva em sistemas dedutivos

Sette, Carnielli e Veloso (1999) afirmam que a lógica de Reiter não captura a noção de “maioria” ou “quase todos”. Argumentam que a identificação de Reiter, de “na ausência de qualquer informação contrária” com “é consistente assumir que”, é inadequada ao tratamento do problema de como atribuímos a um indivíduo genérico de uma população, uma característica que é quase sempre verdadeira para os indivíduos da população. Outros trabalhos apontam paradoxos e empecilhos para unificação desses sistemas e problemas pertinentes aos métodos.

Sette, Carnielli e Veloso (1999) apresentaram uma lógica monotônica baseada no conceito de ultrafiltro⁷, como uma forma de contornar a proposta não-monotônica de Reiter,

Tendo o trabalho acima como perspectiva, Grácio (1999) apresentou uma família de sistemas lógicos monotônicos, as *lógicas moduladas*, caracterizada pela inclusão de quantificadores generalizados⁸ na linguagem de primeira ordem, destinados a representar algumas formas de raciocínio indutivo.

⁷ Um *filtro* sobre um universo S é uma coleção F de subconjuntos de S , tal que: (i) o universo S pertence a F ; (ii) se os conjuntos B e C pertencem a F , então a interseção deles também pertence a F ; (iii) se um conjunto B pertence a F e B está contido em C , então C também pertence a F . Um *ultrafiltro* U é um filtro que é maximal com respeito à inclusão, isto é, $U = F$ para qualquer filtro $U \subseteq F$ (SETTE, CARNIELLI, VELOSO, 1999).

⁸ Quantificadores que não são definíveis em termos dos quantificadores universal (\forall) e existencial (\exists) da lógica clássica de primeira ordem (BARWISE, COOPER, 1981), primeiramente estudados por Mostowski (1957).

São investigas três sistemas monotônicos que formalizam as noções de “maioria”, cuja axiomática e semântica foram primeiramente apresentados em Rescher (1962), “muitos” e “para uma ‘boa’ parte”.

Apenas como exemplo do que faz as lógicas modulas, apresentamos aspectos gerais e damos alguns detalhes mais da *lógica do muito*.

A família dos sistemas de *lógicas moduladas* é caracterizada pela inclusão, na linguagem da lógica de primeira ordem, de um quantificador generalizado Q , chamado de *quantificador modulado*, o qual deve ser interpretado semanticamente por um subconjunto \mathbf{Q} do conjunto das partes do universo. Intuitivamente, este subconjunto \mathbf{Q} representa um conjunto arbitrário de proposições sustentadas por evidências, dentro de uma base de conhecimento. A seguir apresentamos a formalização das lógicas moduladas, denotadas por $\mathcal{L}(Q)$.

5.1 Sistema formal para as lógicas moduladas - $\mathcal{L}(Q)$

Seja L a linguagem de primeira ordem de tipo τ , com símbolos para predicados, funções e constantes, que seja fechada para os operadores \wedge , \vee , \rightarrow , \neg e, também, para os quantificadores \exists e \forall .

A extensão da lógica de primeira ordem \mathcal{L} , obtida pela inclusão de um quantificador generalizado Q , denominado *quantificador modulado*, é denotada por $\mathcal{L}(Q)$.

As fórmulas (e sentenças) de $\mathcal{L}(Q)$ são aquelas de \mathcal{L} acrescidas das fórmulas geradas pela cláusula seguinte:

- se φ é uma fórmula em $\mathcal{L}(Q)$ e x ocorre em φ , então $(Qx)\varphi$ é uma fórmula de $\mathcal{L}(Q)$.

Os conceitos de variável livre e variável ligada, numa fórmula, são estendidos ao quantificador Q , isto é, se x é livre em φ , então x ocorre ligada em $(Qx)\varphi$.

Denotamos por $\varphi(t/x)$ o resultado da substituição de todas as ocorrências livres em φ da variável x pelo termo t . Por simplicidade, quando não houver confusão, escrevemos apenas $\varphi(t)$ em vez de $\varphi(t/x)$.

Uma semântica associada às fórmulas das lógicas moduladas é definida como segue.

Seja \mathcal{A} uma estrutura clássica de primeira ordem, com domínio A , e \mathbf{Q} um conjunto de subconjuntos de A , tal que $\emptyset \notin \mathbf{Q}$, isto é, $\mathbf{Q} \subseteq \mathcal{P}(A) - \{\emptyset\}$. A *estrutura modulada* para $\mathcal{L}(Q)$, indicada por $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}}$, é determinada pelo par $(\mathcal{A}, \mathbf{Q})$.

A *interpretação* dos símbolos relacionais, funcionais e constantes individuais de $\mathcal{L}(Q)$ é a mesma de \mathcal{L} em \mathcal{A} .

A *satisfação* de uma fórmula de $\mathcal{L}(Q)$ numa estrutura $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}}$ é definida recursivamente, do modo usual, acrescentando-se a cláusula seguinte:

- seja φ uma fórmula cujo conjunto de variáveis livres esteja contido em $\{x\} \cup \{y_1, \dots, y_n\}$ e consideremos uma seqüência $\bar{a} = (a_1, \dots, a_n)$ em A . Então

$$\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \models (Qx)\varphi[x, \bar{a}] \Leftrightarrow \{b \in A / \mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \models \varphi[b, \bar{a}]\} \in \mathbf{Q}.$$

Neste caso, $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \models \psi[\bar{e}]$ denota que $\mathcal{A}^{\mathbf{Q}} \models_s \psi$, quando as variáveis livres da

fórmula ψ ocorrem no conjunto $\{z_1, \dots, z_n\}$, $s(z_i) = e_i$ e $\bar{e} = (e_1, \dots, e_n)$.

Desde que $A \neq \emptyset$, então $\mathcal{A}^Q \models (Qx)\varphi[\bar{a}] \Leftrightarrow \mathcal{A}^Q \models \varphi[\bar{a}]$ e x não ocorre livre em φ . Em particular, para uma sentença $(Qx)\sigma(x)$, temos $\mathcal{A}^Q \models (Qx)\sigma(x)$ se e só se $\{a \in A / \mathcal{A}^Q \models \sigma(a)\} \in \mathbf{Q}$.

Conforme já mencionamos, ao identificar \mathbf{Q} com estruturas matemáticas, Grácio (1999) investigou proposições do tipo “maioria”, “muitos” e “para uma “boa” parte”. A lógica dos ultrafiltros, introduzida em Sette, Carnielli e Veloso (1999) e Carnielli e Veloso (1997), formaliza proposições do tipo “quase todos” ou “geralmente”, e também deve ser considerada uma particularização das lógicas moduladas.

Observamos que as noções de verdadeiro e falso, associadas aos quantificadores modulados, não depende da lógica subjacente, mas de qual medida (quantificação) estamos usando e que “[...] deve ser incluída como parte do modelo antes que as sentenças tenham qualquer valor de verdade estabelecido” (Barwise, Cooper, 1981, p. 163).

As noções semânticas usuais, tais como modelo, validade, conseqüência lógica, e outras, podem ser apropriadamente adaptadas.

Os axiomas de $\mathcal{L}(Q)$ são aqueles de \mathcal{L} com os axiomas da identidade acrescentados dos seguintes axiomas para o quantificador Q :

$$(Ax_1) (\forall x)\varphi(x) \rightarrow (Qx)\varphi(x)$$

$$(Ax_2) (Qx)\varphi(x) \rightarrow (\exists x)\varphi(x)$$

$$(Ax_3) (\forall x)(\varphi(x) \leftrightarrow \psi(x)) \rightarrow ((Qx)\varphi(x) \leftrightarrow (Qx)\psi(x))$$

$$(Ax_4) (Qx)\varphi(x) \leftrightarrow (Qy)\varphi(y).$$

Este conjunto de axiomas caracteriza uma lógica modulada em geral, mas para a caracterização de particulares noções de quantificadores deve ser acrescentado de axiomas específicos, como faremos, a seguir, para a *lógica do muito*.

Dada uma interpretação com universo A e as fórmulas φ, ψ , com exatamente uma variável livre x , então indicamos os conjuntos $[\varphi] = \{a \in A / \varphi[a]\}$ e $[\psi] = \{a \in A / \psi[a]\}$.

Assim, a intuição destes axiomas é a seguinte: o axioma (Ax_1) afirma que se todos os indivíduos satisfazem φ , então Q indivíduos de A satisfazem φ , ou ainda que $A \in \mathbf{Q}$. O axioma (Ax_2) afirma que $\emptyset \notin \mathbf{Q}$. O axioma (Ax_3) afirma que se $[\varphi]$ e $[\psi]$ são idênticos, então um deles pertence a \mathbf{Q} se, e somente se, o outro também pertence a \mathbf{Q} . O (Ax_4) apenas dá conta da substitutibilidade para variáveis livres.

As regras lógicas das lógicas moduladas são as regras usuais de \mathcal{L} : *Modus Ponens* (MP) e *Generalização* (Gen).

As noções sintáticas usuais como sentença, demonstração, teorema, conseqüência lógica, consistência, entre outras, para $\mathcal{L}(Q)$, são definidas de modo análogo às definidas para a lógica clássica.

Propriedades e teoremas referentes ao sistema axiomático (consistência, dedução, etc.) das lógicas moduladas, assim como o teorema da correção, da completude, um resultado análogo ao teorema de Łos para ultraproductos de modelos modulados e um contra-exemplo para o problema da interpolação em $\mathcal{L}(Q)$ podem ser encontrados em (Grácio, 1999).

Apresentamos, a seguir, uma particularização de $\mathcal{L}(Q)$ para a formalização da noção de “muito”, em que uma particular estrutura matemática é sugerida para

resgatar uma concepção de muito como no uso corrente das linguagens naturais.

5.2 Uma lógica do muito

Nesta seção, consideramos um caso particular das lógicas moduladas destinado a formalizar proposições do tipo “muitos”. Consideramos que algumas propriedades da noção de “muitos” são facilmente identificadas:

(i) se muitos indivíduos do universo satisfazem uma sentença φ e $[\varphi]$ está contida em $[\psi]$, então ψ também é satisfeita por muitos indivíduos do universo;

(ii) se muitos indivíduos do universo satisfazem uma sentença φ , então existe alguém que satisfaz φ ;

(iii) o conjunto universo contém muitos indivíduos.

Com esta concepção, o conceito de “muitos” pode ter variações contextuais e não exige algum tipo de quantificação. Não exige, por exemplo, que valha para mais da metade dos indivíduos do universo de discurso, ou para uma certa parte deles, claramente especificada.

Esta noção de “muitos” pode ser capturada pelo conceito matemático de *família própria fechada superiormente*, definida, em um universo A , como uma coleção \mathcal{F}_s de subconjuntos do universo A tal que:

(i) se $B \in \mathcal{F}_s$ e $B \subseteq C$, então $C \in \mathcal{F}_s$

(ii) $A \in \mathcal{F}_s$

(iii) $\emptyset \notin \mathcal{F}_s$.

Sintaticamente, definimos um quantificador modulado M , denominado *quantificador do muito*, na linguagem das lógicas moduladas, dado por “ $Mx \varphi(x)$ ”, com o seguinte significado “para muitos x , $\varphi(x)$ ”.

A linguagem de $\mathcal{L}(M)$ é obtida ao identificarmos em $\mathcal{L}(Q)$ o quantificador “ Q ” com *quantificador do muito* “ M ”. A interpretação semântica das fórmulas de $\mathcal{L}(M)$ é obtida a partir das estruturas moduladas, quando o conjunto \mathbf{Q} é identificado com uma família própria fechada superiormente.

Formalmente, uma estrutura modulada para $\mathcal{L}(M)$, denominada *estrutura de família própria fechada superiormente*, é determinada pela construção em \mathcal{A} , a estrutura de primeira ordem, de uma família própria fechada superiormente $\mathcal{F}_s^{\mathcal{A}}$, indicada por:

$$\mathcal{A}^F = (\mathcal{A}, \mathcal{F}_s^{\mathcal{A}}).$$

A noção de satisfação de uma fórmula do tipo $Mx\varphi(x)$, cujas variáveis livres estejam contidas em $\{y_1, \dots, y_n\}$, por uma seqüência $\bar{a} = (a_1, \dots, a_n)$ em A é definida por:

$$\mathcal{A}^F \models Mx \varphi[x, \bar{a}] \Leftrightarrow [\varphi] = \{b \in A / \mathcal{A}^F \models \varphi[b, \bar{a}]\} \in \mathcal{F}_s^{\mathcal{A}},$$

em que $\mathcal{F}_s^{\mathcal{A}}$ é uma família própria fechada superiormente sobre A .

Em termos intuitivos, $Mx \varphi(x)$ é verdadeira, isto é, $[\varphi]$ é membro de $\mathcal{F}_s^{\mathcal{A}}$ se, e somente se, muitos indivíduos de \mathcal{A} satisfazem φ (em outras palavras, se $[\varphi]$ contém muitos indivíduos). Assim, em geral, $\mathcal{F}_s^{\mathcal{A}}$ é uma coleção de conjuntos que contém muitos elementos.

Sintaticamente, os axiomas para $\mathcal{L}(M)$ são aqueles de $\mathcal{L}(Q)$, acrescidos pelo seguinte axioma específico para o quantificador M :

$$(Ax_5) \forall x(\varphi(x) \rightarrow \psi(x)) \rightarrow (Mx\varphi(x) \rightarrow Mx\psi(x)).$$

Intuitivamente, dadas as fórmulas φ , ψ , com exatamente uma variável livre x , e uma interpretação com universo A , em que os conjuntos $[\varphi] = \{a \in A / \varphi[a]\}$ e $[\psi] = \{a \in A / \psi[a]\}$, o axioma (Ax_5) afirma que: se $[\varphi]$ contém muitos indivíduos e $[\varphi]$ é um subconjunto de $[\psi]$, então $[\psi]$ também contém muitos indivíduos.

Os exemplos seguintes ilustram sentenças que podem ser naturalmente formalizadas em $\mathcal{L}(M)$.

Sejam $P(x)$, $I(x)$ e $N(x, y)$ símbolos relacionais em $\mathcal{L}(M)$ que expressam “ x é par”, “ x é ímpar” e “ x é maior que y ”, respectivamente, e consideremos como universo o conjunto dos números naturais. Assim, podemos representar as proposições:

- (a) “muitos números naturais são pares” por: $Mx P(x)$;
- (b) “muitos números naturais são ímpares” por: $Mx I(x)$;
- (c) “para cada número natural, muitos números naturais são maiores que ele” por: $\forall y Mx N(x, y)$.

Se $V(x)$ e $G(x)$ símbolos de predicados de $\mathcal{L}(M)$ que expressam “ x usa vestido” e “ x usa gravata”, respectivamente. Considerando o universo dos brasileiros, podemos representar as proposições:

- (d) “muitas brasileiras usam vestidos” por: $Mx V(x)$;
- (e) “muitos brasileiros usam gravata” por: $Mx G(x)$.

Em Grácio (1999), estão mais detalhes sobre as propriedades da *lógica do muito*, bem como uma demonstração que ela é correta e completa, com respeito às estruturas de famílias próprias fechadas superiormente.

6. Considerações finais:

Temos observado, nos últimos anos, muita atenção destinada à formalização de raciocínios sob incerteza, em que as inferências não são completamente seguras, embora existam boas razões para se aceitar as conclusões obtidas. Ainda temos muitos problemas que envolvem a deduções, mas outros problemas com a obtenção de conclusões se impõem. Devido a nossa pertinência ao mundo da lógica, olhamos para estas indagações através dos recursos teóricos oferecidos pela lógica. Assim, vemos nos tempos presentes investigações com diversas lógicas destinadas ao entendimento de raciocínios não exatos, como as lógicas indutivas, lógicas *fuzzy*, lógicas *default*, dispositivos abduativos, entre outros.

Uma dentre estas frentes de investigação, que motivou nossas reflexões, é a lógica *default*, baseada sobre um tipo raciocínio não monotônico, ou seja, em que a inclusão de novos dados no contexto inferencial pode comprometê-lo ao invés de ampliá-lo. Nesta proposta a formalização do raciocínio sob incerteza do tipo “genericamente” é feito pelo uso das regras *default* e tem atraído críticas. Reiter, um dos proponentes, reivindica um modelo para a lógica *default* em que o raciocínio sob informação incompleta ou incerta, que envolve aspectos do senso comum e a quan-

tificação do tipo “geralmente” seja apenas uma subclasse.

Sette, Carnielli e Veloso (1999) contestam esta posição e consideram que a lógica de Reiter não captura adequadamente a noção de “geralmente”. Segundo estes autores, a identificação de Reiter entre “na ausência de qualquer informação contrária” e “é consistente assumir que” não é adequada para a escolha de um indivíduo genérico numa população, quando não temos informação completa.

Doyle e Wellman (1991) investigam sobre a possibilidade de um sistema formal universal e compreensivo que possa combinar ou unificar todos os padrões de inferência não monotônica. Segundo estes autores, nenhuma das teorias de raciocínio não monotônico constitui um caminho de expressar os princípios de todas as teorias de raciocínio sob incerteza. Cada teoria para o raciocínio sob incerteza contempla algum tipo de problema não observado pelas outras teorias.

Argumentam que apesar de algumas teorias unificadoras de algumas lógicas, uma teoria universal de inferência por raciocínio sob incerteza que combine diferentes métodos produz algumas vezes conclusões irracionais. Assim, segundo esses autores, o único modo de garantirmos que as conclusões sejam racionais é por meio da resolução pontual dos conflitos. Este procedimento, entretanto, pouco prático, dado o número de conflitos a serem superados.

Nas lógicas moduladas, cada tipo de raciocínio sob incerteza é tratado por um quantificador modulado, e é razoável a formalização de sistemas com muitos quantificadores em forma combinada, formalizada e em contexto monotônico.

O desenvolvimento de cada particularização de lógica modulada tem, como cerne, a inclusão de um quantificador generalizado na sintaxe da lógica de primeira, para representar uma forma particular de raciocínio indutivo. Semanticamente, cada tal quantificador modulado é interpretado por uma estrutura matemática.

O quantificador modulado quando colocado à frente de uma proposição significa que, na seqüência, vem a descrição de uma sentença sustentada por evidências que caracteriza uma forma particular de raciocínio indutivo. Em cada sistema, o conjunto de indivíduos que satisfaz a sentença deve ser adequado para o tipo de argumento indutivo a que o quantificador se propõe.

Surpreendentemente, a formalização do raciocínio indutivo, na abordagem monotônica das lógicas moduladas, se apresenta como uma sistematização de algumas formas de raciocínio indutivo e constitui-se numa extensão conservativa da lógica de primeira ordem, com a qual compartilha algumas propriedades, e trata-se de sistema dedutivo simples, correto e completo, tal ao gosto dos lógicos. Restam ainda refinamentos sobre o que há de indução nas lógicas moduladas e como elas podem se relacionar com a indução.

Agradecimentos:

Agradecemos a Fapesp pelo apoio à pesquisa que nos tem sido destinado através dos processos 2005/00408-3 e 2004/14107-2.

Bibliografia:

ARISTÓTELES. Analítica posterior. In: **Aristóteles**. Obras. 2a. ed. Tradução de F. R. Samaranch. Madri: Aguilar, 1967b. p. 351-412.

- ARISTÓTELES. Analítica primera. In: **Aristóteles**. Obras. 2a. ed. Tradução de F. R. Samaranch. Madri: Aguilar, 1967a. p. 273-348.
- BARWISE, J., COOPER, R. Generalized quantifiers and natural language. *Linguistics and Philosophy*, v. 4, 159-219, 1981.
- BELL, J., MACHOVER, M. **A course in mathematical logic**. Amsterdam: North-Holland, 1977.
- CARNAP, R. **Logical foundations of probability**. London: Routledge and Kegan Paul, 1950.
- CARNIELLI, W. A., VELOSO, P.A.S. Ultrafilter logic and generic reasoning. In: **Kurt Gödel Colloquium**, 5, 1997, Berlin. Proceedings... Berlin: Springer-Verlag, 1997. p. 34-53.
- D'OTTAVIANO, I. M. L., FEITOSA, H. A. (2003) **História da lógica e o surgimento das lógicas não-clássicas**. Campinas: UNICAMP/CLE, 2003. (mimeo).
- DOYLE, J., WELLMAN, M. Impediments to universal preference-based default theories. *Artificial Intelligence*, v. 49, p. 97-128, 1991.
- EDWARDS, P. (Ed.). The encyclopedia of philosophy. London: Collier MacMillan Publishers, 1967. v. 3, p. 169-181.
- FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário Aurélio**. 2ª Edição, 13ª Impressão. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.
- FREGE, G. (1879) *Begriffsschrift* - A formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought. Traduzido por S. Bauer-Mengelberg in, J. van Heijenoort (Ed.) **From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic**. Cambridge: Harvard University Press, 1967.
- GRÁCIO, M. C. C. **Lógicas moduladas e raciocínio sob incerteza**. Tese de Doutorado, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 1999. 194 p.
- HANKS, S., McDERMOTT, D. Nonmonotonic logic and temporal projection. *Artificial Intelligence*, v. 33, p. 379-412, 1987.
- HUME, D. **Investigação acerca do entendimento humano**. São Paulo: Ed. Nacional, EdUSP, 1972.
- KNEALE, W. **Probability and induction**. Oxford: Clarendon Press, 1952.
- McCARTHY, J. Circumscription: a form of non-monotonic reasoning. *Artificial Intelligence*, v. 13, p. 27-39, 1980.
- McDERMOTT, D., DOYLE, J. Non-monotonic logic I. *Artificial Intelligence*, v. 13, p. 41-72, 1980.
- MILL, J. S. **A system of logic**. 8th. ed. London: Longmans, 1967. v. 3.
- MONTEIRO, J. P. Russell and Humean inferences. Conferência proferida no **Second Principia Internationa Symposium**, Florianópolis, 2001.
- MONTEIRO, J. P. Hume's principle. *Principia*: revista internacional de epistemologia, v. 3, p. 165-185, 1999.
- MOORE, R. C. Semantical considerations on nonmonotonic logic. *Artificial Intelligence*, v. 25, p. 75-94, 1985.
- MOSTOWSKI, A. On a generalization of quantifiers. *Fund. Mathematical*, v. 44, p. 12-36, 1957.
- PEIRCE, C. S. Ampliative reasoning. In: HARTSHORNE, C., WEISS, P. (Ed.). **Collected papers of Charles S. Peirce**. Cambridge: Harvard University Press, 1931-1976, v. 2, p. 372-507.
- POPPER, K. R. **A lógica da pesquisa científica**. São Paulo: EdUSP, 1975b.
- POPPER, K. R. **Conhecimento objetivo**. São Paulo: EdUSP, 1975a.

- REICHENBACH, H. Probability and induction. In: REICHENBACH, H. **Experience and prediction**. Chicago: University of Chicago Press, 1938. cap. 5, p. 297-403.
- REITER, R. A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence*, v. 13, p. 81-132, 1980.
- RESCHER, N. Plurality-quantification. *The Journal of Symbolic Logic*, v. 27, p. 373-374, 1962.
- SETTE, A. M., CARNIELLI, W. A., VELOSO, P. A. S. An alternative view of default reasoning and its logic. In: HAUESLER, E. H. , PEREIRA, L. C. (Ed.) **Prática: Proofs, types and categories**. Rio de Janeiro: PUC, 1999. p. 127- 158.
- VELOSO, P. A. S. On ultrafilter logic as a logic for ‘almost all’ and ‘generic reasoning’. **Res. Rept. ES - 488/98**, COPPE – UFRJ, Rio de Janeiro, Dezembro 1998.
- VELOSO, P. A. S., CARNIELLI, W. A. An ultrafilter logic for generic reasoning and some applications. **Res. Rept. ESES – 437/97**, COPPE – UFRJ, Rio de Janeiro, Abril 1997.
- VELOSO, P. A. S. On justifying induction: a logical appraisal. Conferência proferida no **Second Principia Internationa Symposium**, Florianópolis, 2001.